

Допомога 1 при підготовці до модульного контролю з ТММ (Кінематичне дослідження важільних механізмів). Для студентів спеціальності / Укл. Шурпа В. І. – Чернігів: ЧДТУ, 2008. – с.

Укладач: Шурпа В. І., кандидат технічних наук, доцент кафедри теоретичної і прикладної механіки Чернігівського державного технологічного університету

Відповідальний за випуск: Дубенець В. Г., доктор технічних наук, професор, завідувач кафедри теоретичної і прикладної механіки Чернігівського державного технологічного університету.

Рецензент: Кайдаш М. Д., кандидат технічних наук, доцент кафедри теоретичної і прикладної механіки Чернігівського державного технологічного університету.

Кафедра теоретичної і прикладної механіки

Перший контроль передбачає перевірку засвоєння студентом методів кінематичного дослідження.

Мета кінематичного дослідження – визначення координат, швидкостей та прискорень ланок і точок механізму. При цьому вважається, що сили на ланки не діють. Існують декілька методів кінематичного дослідження.

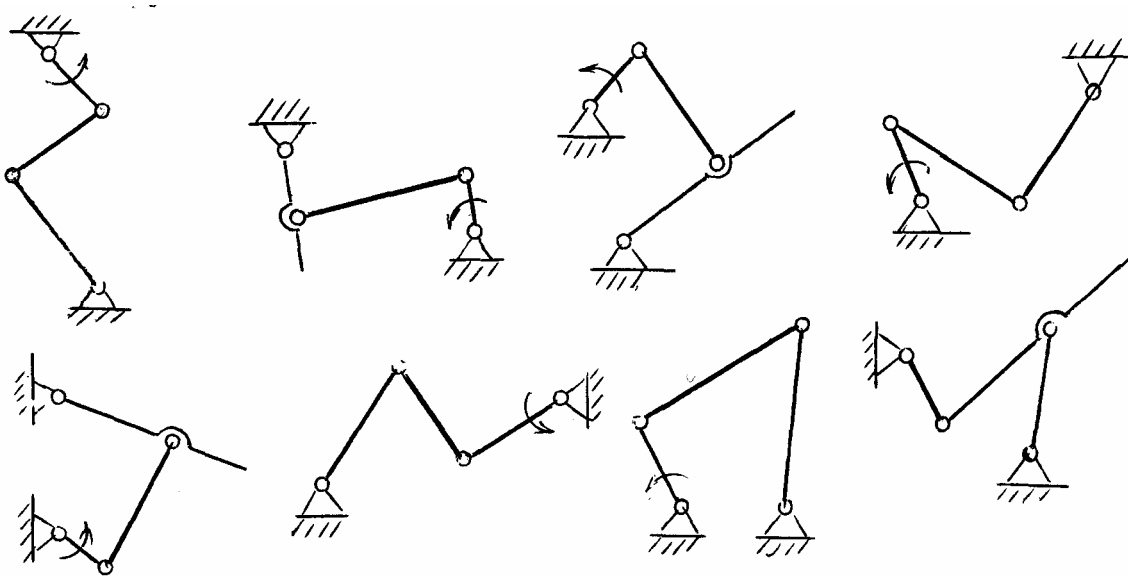
Контроль передбачає засвоєння методу «замкненого векторного контуру» та методу планів швидкостей та прискорень.

Екзаменаційний білет має схеми простих механізмів, які включають одну групу ООО або ООП, або ОПО.

При аналітичному дослідженні необхідно побудувати замкнений векторний контур, знайти функції положення та передаточні функції.

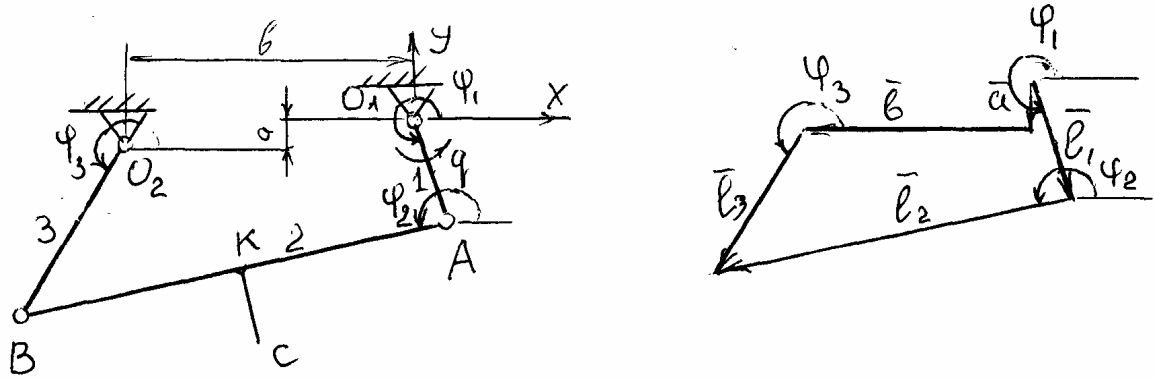
Приклади механізмів:

3 групою ООО



Для прикладів розглянемо використання аналітичного методу для механізму

Дано: $q = \varphi_1, l_1, l_2, l_3, a, b, AK, KC$.



1. Введемо систему координат X, O, Y ,
2. Побудуємо замкнений векторний контур $\bar{l}_1, \bar{l}_2, \bar{a}, \bar{b}, \bar{l}_3$,
3. Спроектуємо векторний контур на осі X, Y

$$\text{на } X \quad l_1 \cdot \cos \varphi_1 + l_2 \cdot \cos \varphi_2 = -b + l_3 \cdot \cos \varphi_3,$$

$$\text{на } Y \quad l_1 \cdot \sin \varphi_1 + l_2 \cdot \sin \varphi_2 = -a + l_3 \cdot \sin \varphi_3.$$

Кути векторів вимірюються від глобальної осі X за напрямком проти руху годинникової стрілки.

4. Визначимо перші передаточні функції при $q = \varphi_1$

$$-l_1 \cdot \sin \varphi_1 - l_2 \cdot \varphi_2' \cdot \sin \varphi_2 = -l_3 \cdot \varphi_3' \cdot \sin \varphi_3,$$

$$l_1 \cdot \cos \varphi_1 + l_2 \cdot \varphi_2' \cdot \cos \varphi_2 = l_3 \cdot \varphi_3' \cdot \cos \varphi_3.$$

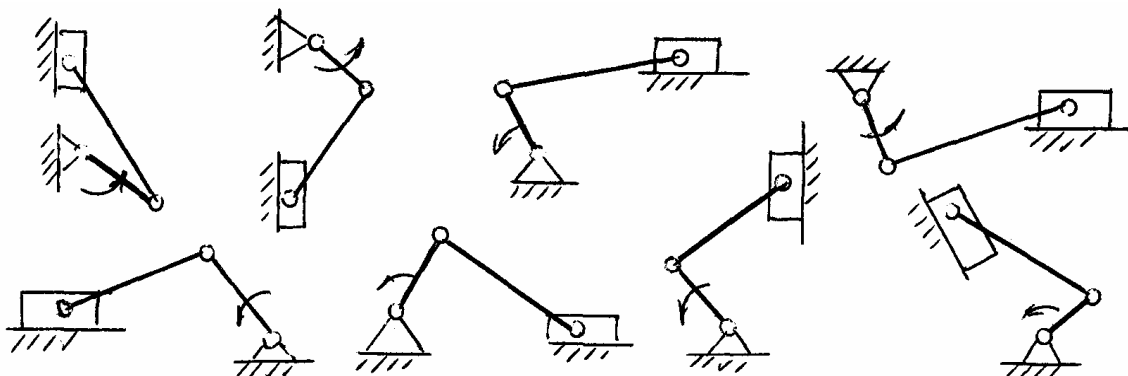
5. Визначимо другу передаточну функцію

$$-l_1 \cdot \cos \varphi_1 - l_2 \cdot \varphi_2'' \cdot \sin \varphi_2 - l_2 \cdot (\varphi_2')^2 \cdot \cos \varphi_2 = -l_3 \cdot \varphi_3'' \cdot \sin \varphi_3 - l_3 \cdot (\varphi_3')^2 \cdot \cos \varphi_3,$$

$$-l_1 \cdot \sin \varphi_1 + l_2 \cdot \varphi_2'' \cdot \cos \varphi_2 - l_2 \cdot (\varphi_2')^2 \cdot \sin \varphi_2 = l_3 \cdot \varphi_3'' \cdot \cos \varphi_3 - l_3 \cdot (\varphi_3')^2 \cdot \sin \varphi_3.$$

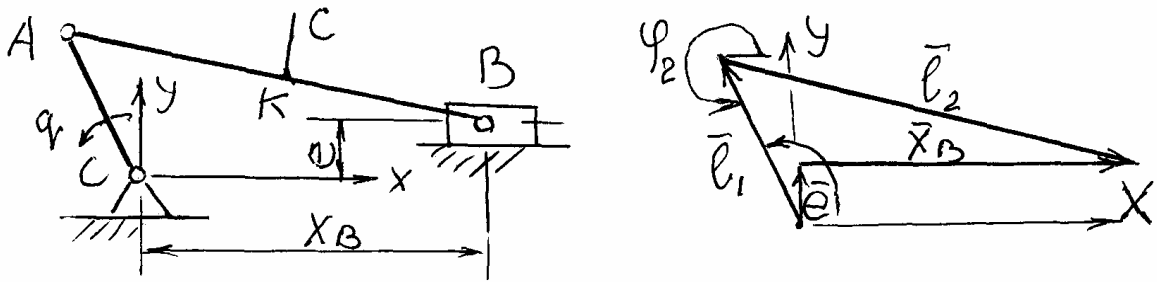
Значення φ_2' , φ_3' , φ_2'' , φ_3'' можна визначити, використовуючи поворот системи координат (див. практичні заняття).

Приклади механізмів з групою ООП:



Розглянемо механізм

Дано: $\dot{q} = \omega_1, l_1, l_2, e, AK, KC$.



1. Введемо систему координат $X, 0, Y$.
2. Побудуємо замкнений векторний контур $\bar{l}_1, \bar{l}_2, \bar{e}, X_B$.
3. Спроекуємо векторний контур на осі X, Y

$$\text{на } X \quad l_1 \cdot \cos \varphi_1 + l_2 \cdot \cos \varphi_2 = X_B,$$

$$\text{на } Y \quad l_1 \cdot \sin \varphi_1 + l_2 \cdot \sin \varphi_2 = e.$$

4. Визначимо перші передаточні функції при $q = \varphi_1$

$$-l_1 \cdot \sin \varphi_1 - l_2 \cdot \varphi_2' \cdot \sin \varphi_2 = X_B',$$

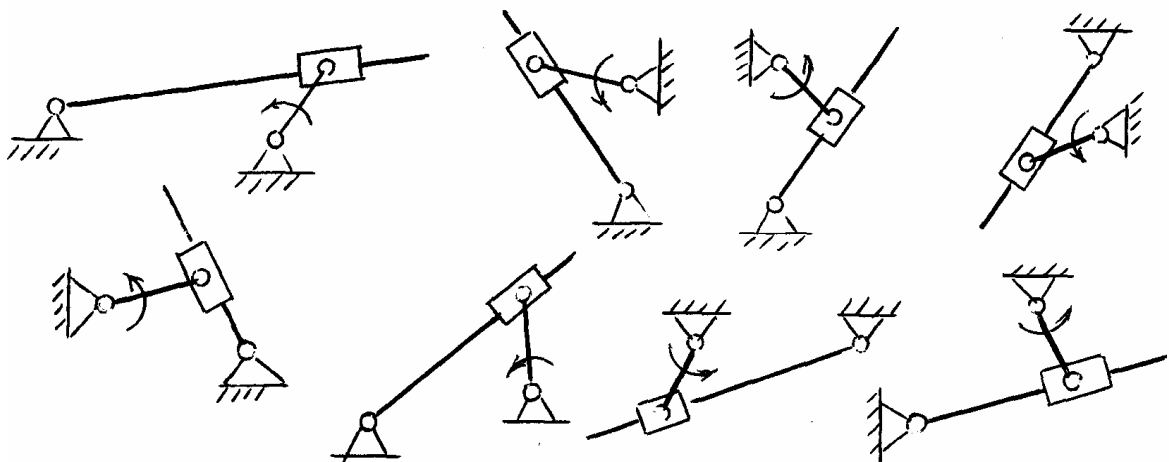
$$l_1 \cdot \cos \varphi_1 + l_2 \cdot \varphi_2' \cdot \cos \varphi_2 = 0.$$

5. Визначимо другі передаточні функції:

$$-l_1 \cdot \cos \varphi_1 - l_2 \cdot \varphi_2'' \cdot \sin \varphi_2 - l_2 \cdot (\varphi_2')^2 \cdot \cos \varphi_2 = -X_B'',$$

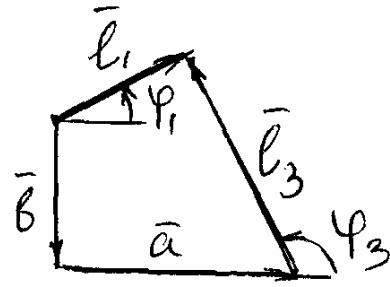
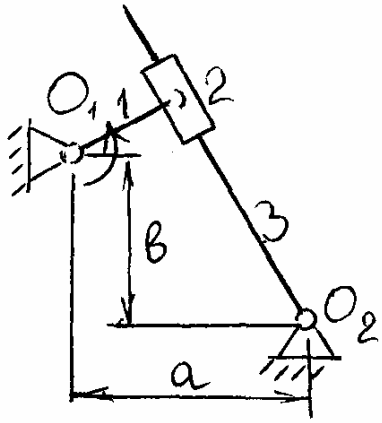
$$-l_1 \cdot \sin \varphi_1 + l_2 \cdot \varphi_2'' \cdot \cos \varphi_2 - l_2 \cdot (\varphi_2')^2 \cdot \sin \varphi_2 = 0.$$

Приклади механізмів з групою ОПО:



Розглянемо механізм

Дано: $\dot{q} = \omega_1, l_1, a, b$.



1. Введемо систему координат X, O_1, Y .
2. Побудуємо замкнений векторний контур $\bar{l}_1, \bar{b}, \bar{a}, \bar{l}_3$.
3. Спроекуємо векторний контур на осі X, Y

$$\text{на } X \quad l_1 \cdot \cos \varphi_1 = a + l_3 \cdot \cos \varphi_3,$$

$$\text{на } Y \quad l_1 \cdot \sin \varphi_1 = -b + l_3 \cdot \sin \varphi_3.$$

Звідки можемо знайти $\operatorname{tg} \varphi_3$ та l_3 .

В цій задачі змінними (залежними від φ_1) будуть φ_3 та l_3 .

4. Визначимо перші передаточні функції $q = \varphi_1$

$$-l_1 \cdot \sin \varphi_1 = l'_3 \cdot \cos \varphi_3 - l_3 \cdot \varphi'_3 \cdot \sin \varphi_3,$$

$$l_1 \cdot \cos \varphi_1 = l'_3 \cdot \cos \varphi_3 + l_3 \cdot \varphi'_3 \cdot \cos \varphi_3.$$

Якщо скористатись поворотом системи координат (див. практичні заняття), можемо визначити φ'_3 та l'_3 .

5. Визначимо другі передаточні функції:

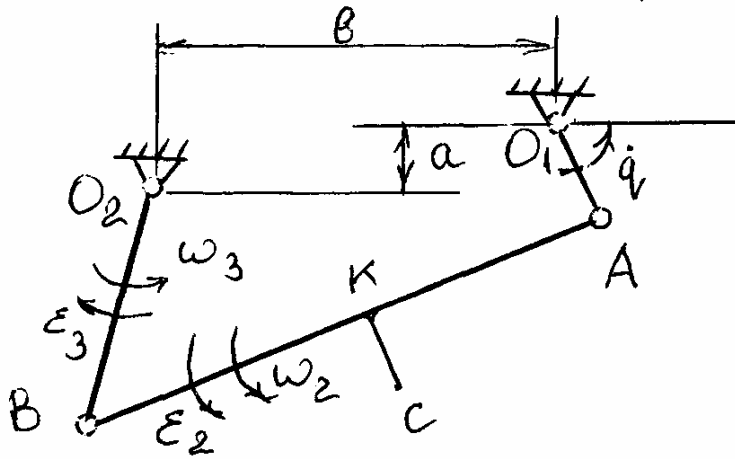
$$-l_1 \cdot \cos \varphi_1 = l''_3 \cdot \cos \varphi_3 - l'_3 \cdot \varphi'_3 \cdot \sin \varphi_3 - l_3 \cdot \varphi'_3 \cdot \sin \varphi_3 - l_3 \cdot \varphi''_3 \cdot \sin \varphi_3 - l_3 \cdot (\varphi'_3)^2 \cdot \cos \varphi_3,$$

$$-l_1 \cdot \sin \varphi_1 = l''_3 \cdot \sin \varphi_3 + l'_3 \cdot \varphi'_3 \cdot \cos \varphi_3 + l_3 \cdot \varphi'_3 \cdot \cos \varphi_3 + l_3 \cdot \varphi''_3 \cdot \cos \varphi_3 - l_3 \cdot (\varphi'_3)^2 \cdot \sin \varphi_3.$$

При використанні методу планів швидкості та прискорень необхідно побудувати плани, знайти кутові швидкості та кутові прискорення.

Розглянемо механізм з групою ООО

Дано: $\dot{q} = \omega_1, l_1, l_2, l_3, a, b, AK, KC$.



При визначенні лінійних швидкостей та прискорень ланок використовуємо поняття «переносний» та «відносний» рух. Для даного механізму при визначенні параметрів т. В можна розглядати рух т. А, як переносний, а також рух т. О₂, як переносний (в даному випадку т. О₂ нерухома).

План швидкостей:

1. Визначимо лінійну швидкість т. А $V_a = \omega_1 \cdot l_{AO_1}$.

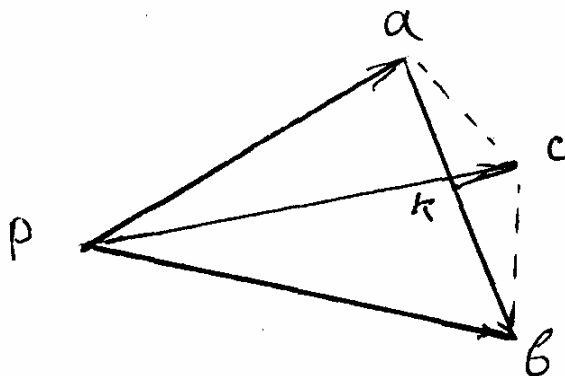
2. Якщо рух т. А буде переносним - можемо скласти векторне рівняння

$$\bar{V}_b = \bar{V}_a + \bar{V}_{ba}$$

$$\perp BO_2 \perp AO_1 \perp BA$$

\bar{V}_a – переносна швидкість, \bar{V}_{ba} – відносна швидкість.

3. Будуємо план швидкостей



Напрямок векторів визначаємо за рівнянням.

4. Кутові швидкості визначимо через модулі лінійних швидкостей

$$\omega_2 = \frac{V_{ba}}{\downarrow \uparrow BA}$$

Стрілками вказано, як визначити напрямок кутової швидкості (вектор V_{ba} розташувати в т. В та див. напрямок обертання навколо т. А).

Аналогічно

$$\omega_3 = \frac{V_b}{\downarrow \mapsto BO_2}$$

План прискорень:

1. Лінійні прискорення т. А складаються з двох частин

$$\overline{W}_a = \overline{W}_a^n + \overline{W}_a^\tau,$$

$$\| A \rightarrow O_1 \perp AO_1$$

$$W_a^n = \omega_1^2 \cdot l_{AO_1}, W_a^\tau = \varepsilon_1 \cdot l_{AO_1}.$$

Всі нормальні складові прискорень завжди мають напрямок до центру обертання. Всі тангенційні прискорення дотичні до траєкторії руху точки.

Якщо $\varepsilon_1 = 0$ (коли ε_1 невідоме), то $W_a^\tau = 0$.

2. Прискорення т. В (рух т. А переносний) за рівнянням

$$\overline{W}_b = \overline{W}_a + \overline{W}_{ba}^n + \overline{W}_{ba}^\tau,$$

$$\| B \rightarrow A \perp BA$$

$$W_{ba}^n = \omega_2^2 \cdot l_{BA} = \frac{V_{ba}^2}{l_{BA}}.$$

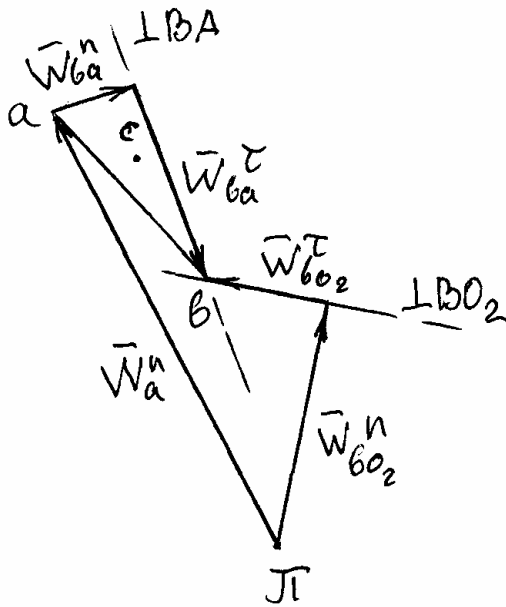
Одного рівняння недостатньо. Розглянемо рух т. В відносно т. O_2

$$\overline{W}_b = \overline{W}_{O_2} + \overline{W}_{bO_2}^n + \overline{W}_{bO_2}^\tau,$$

$$\| \quad \quad \quad \| B \rightarrow O_2 \perp BO_2$$

$$W_{bO_2}^n = \omega_3^2 \cdot l_{BO_2} = \frac{V_b^2}{l_{BO_2}}.$$

3. Будуємо план прискорень.



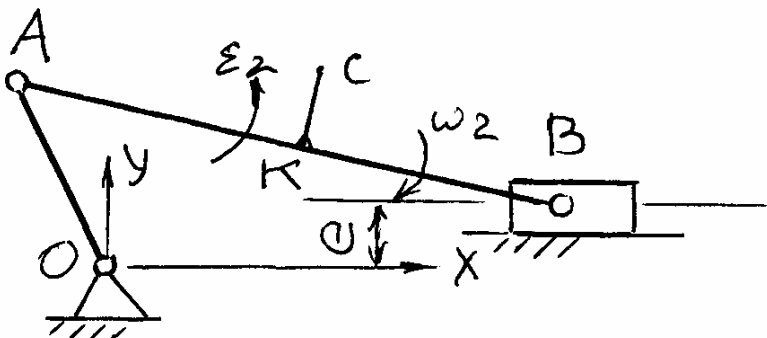
4. Кутові прискорення визначаємо через модулі тангенційних прискорень

$$\epsilon_2 = \frac{V_{ba}^\tau}{BA}, \quad \epsilon_3 = \frac{V_{bO_2}^\tau}{BO_2}.$$

Напрямки кутових прискорень визначаємо аналогічно напрямків ω .

Розглянемо механізм з групою ООП:

Дано: $\dot{q} = \omega_1, l_1, l_2, e, AK, KC$.



План швидкостей.

1. Лінійна швидкість т. А $V_a = \omega_1 \cdot l_{AO}$

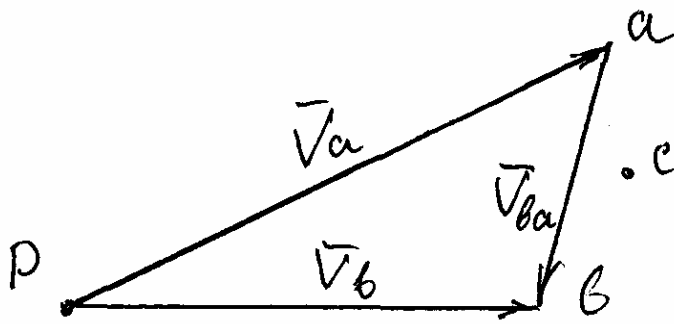
2. Векторне рівняння швидкості т. В

$$\bar{V}_b = \bar{V}_a + \bar{V}_{ba}$$

$$\parallel X \quad \perp AO \quad \perp BA$$

Траєкторія т. В паралельна осі X.

3. Будуємо план швидкостей



4. Кутова швидкість ланки BA

$$\omega_2 = \frac{V_{ba}}{\downarrow \rightarrow BA}$$

План прискорень.

$$1. \overline{W}_a = \overline{W}_a^n + \overline{W}_a^\tau,$$

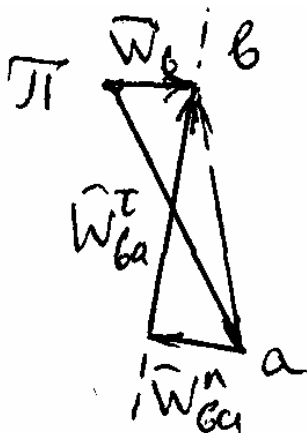
$$\parallel A \rightarrow O \perp AO$$

$$2. \overline{W}_b = \overline{W}_a + \overline{W}_{ba}^n + \overline{W}_{ba}^\tau,$$

$$\parallel B \rightarrow A \perp BA$$

$$W_{ba}^n = \omega_2^2 \cdot l_{BA} = \frac{V_{ba}^2}{l_{BA}}$$

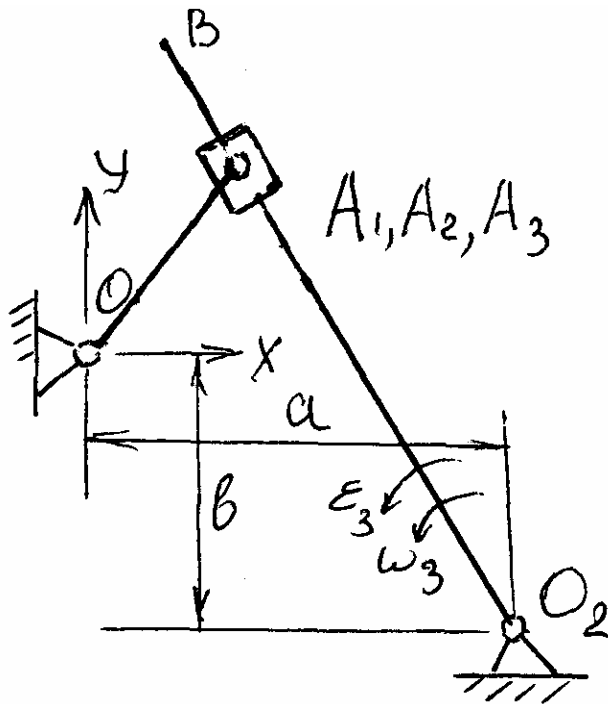
3. Будуємо план прискорень.



$$4. \text{Кутове прискорення } \varepsilon_2 = \frac{V_{ba}^\tau}{\downarrow \rightarrow BA}$$

Розглянемо механізм з групою ОПО:

Дано: $\dot{q} = \omega_1, l_1, a, b$.



План швидкостей.

У кулісного механізму в т. А розташовані точки трьох ланок A_1 – першої, A_2 – другої, A_3 – третьої:

1. Лінійна швидкість т. A_1

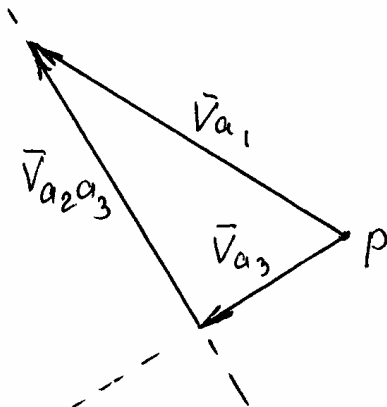
$$V_{a_1} = \omega_1 \cdot l_{AO_1}.$$

2. Для побудови планів доцільно розглядати рух ланки 2 відносно ланки 3. В цьому випадку векторне рівняння буде

$$\vec{V}_{a_1} = \vec{V}_{a_3} + \vec{V}_{a_2a_3}.$$

$$\perp AO_1 \quad \perp AO_3 \quad \parallel AO_2$$

3. Будуємо план швидкостей



4. Кутова швидкість

$$\omega_3 = \frac{V_{a_3}}{\downarrow \mapsto AO_2}$$

План прискорень.

1. Векторне рівняння для прискорень доцільно записати так:

$$\overline{W}_{a_1} = \overline{W}_{a_3}^n + \overline{W}_{a_3}^\tau + \overline{W}_{a_2a_3} + \overline{W}_K,$$

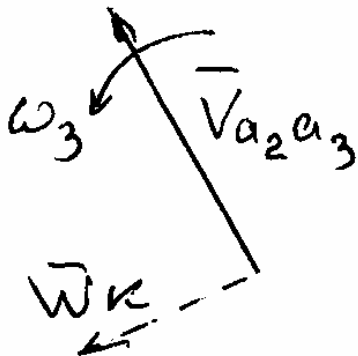
$$\parallel A \rightarrow O_2 \perp AO_2 \quad \parallel AO_2 \perp AO_2$$

$$W_{a_3}^n = \omega_3^2 \cdot l_{AO_2} = \frac{V_{a_3}^2}{l_{AO_2}}$$

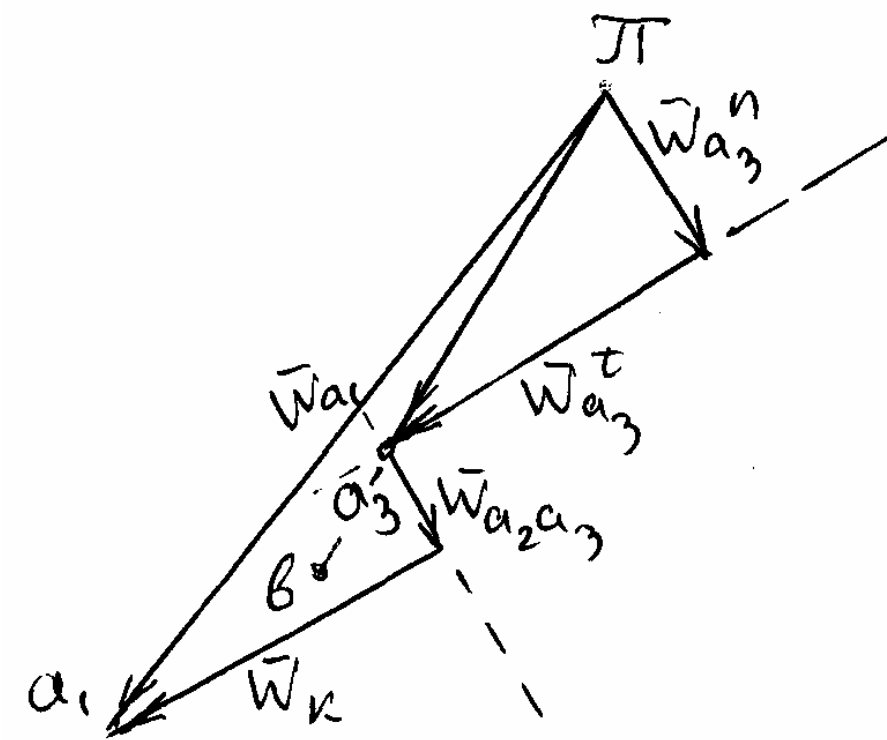
Коріоліса прискорення по модулю буде $W_K = 2 \cdot \omega_3 \cdot V_{a_2a_3}$.

Напрямок \overline{W}_K визначається напрямком вектора відносної швидкості $\overline{V}_{a_2a_3}$

повернутого на кут 90° за напрямком ω_3 .



2. Будуємо план прискорень. Вектори \overline{W}_{a_1} та \overline{W}_K розташовані по кінцях рівняння (вони зустрічаються). Це дає можливість знайти рішення рівняння при перетині ліній дії $\overline{W}_{a_2a_3}$ та $\overline{W}_{a_3}^\tau$.



Прискорення т. В можна знайти за подібністю

$$\frac{W_b}{BO_2} = \frac{W_{a_3}}{AO_2}.$$

Прискорення куліси $\varepsilon_3 = \frac{V_{a_3}^r}{AO_2}$.