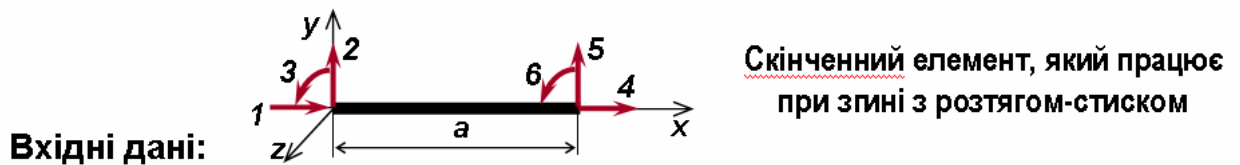
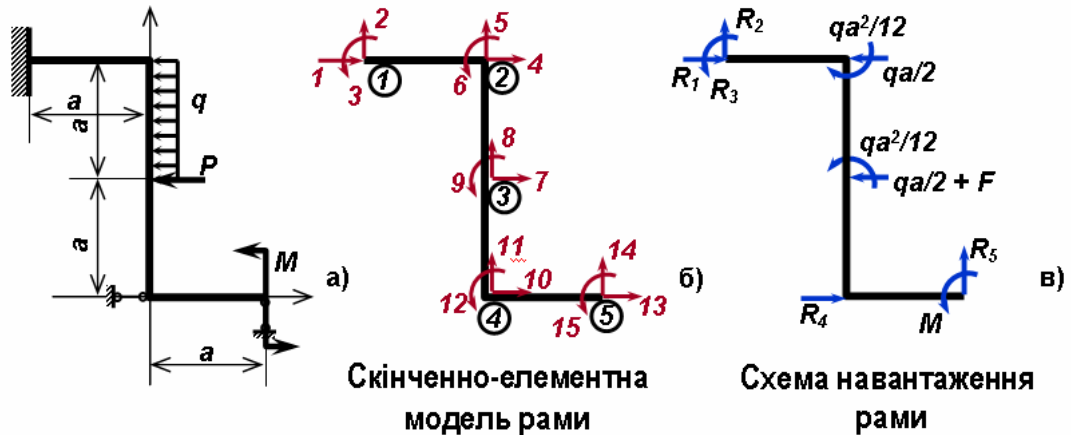


Розрахунок статично-невизначуваної рами

Визначити внутрішні сили і переміщення у рамі



$$a := 1 \text{ (m)} \quad J := 1 \cdot 10^{-4} \text{ (m}^4\text{)} \quad E := 2 \cdot 10^{11} \left(\frac{\text{N}}{\text{m}^2} \right) \quad A := 1 \cdot 10^{-2} \text{ (m}^2\text{)}$$

$$q := 25 \cdot 10^3 \left(\frac{\text{N}}{\text{m}} \right) \quad P := 30 \cdot 10^3 \text{ (N)} \quad M := 30 \cdot 10^3 \text{ (N}\cdot\text{m)}$$

Матриця координат вузлів:

$$N_c := \begin{pmatrix} -a & 0 & 0 & 0 & a \\ 2 \cdot a & 2 \cdot a & a & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \end{pmatrix}$$

Топологічна матриця:

$$T_{op} := \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 4 & 5 \end{pmatrix}^T$$

Кількість елементів: $ke := \text{rows}(T_{op}) \quad ke = 4$ $i := 1 \dots ke$

Кількість вузлів у елементі: $kn := \text{cols}(T_{op}) \quad kn = 2$ $j := 1 \dots kn$

Координати вузлів кожного елемента у глобальній системі координат:

$$X_{n_{j,i}} := N_{c1, (T_{op}_{i,j})} \quad Y_{n_{j,i}} := N_{c2, (T_{op}_{i,j})}$$

Довжини кожного елемента:

$$l_i := \sqrt{(X_{n2,i} - X_{n1,i})^2 + (Y_{n2,i} - Y_{n1,i})^2}$$

$$l^T = (1 \quad 1 \quad 1 \quad 1)$$

Елементи матриці повороту до глобальних осей:

$$\underline{s(i)} := \frac{Y_{n2,i} - Y_{n1,i}}{l_i} \quad \underline{c(i)} := \frac{X_{n2,i} - X_{n1,i}}{l_i}$$

Матриця повороту:

$$\underline{T(i)} := \begin{pmatrix} c(i) & s(i) & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -s(i) & c(i) & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c(i) & s(i) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -s(i) & c(i) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Формування матриці індексів:

$$\underline{m_{ij, (3 \cdot j - 2)}} := 3 \cdot \text{Top}_{i,j} - 2$$

$$\underline{m_{ij, (3 \cdot j - 1)}} := 3 \cdot \text{Top}_{i,j} - 1$$

$$\underline{m_{ij, 3 \cdot j}} := 3 \cdot \text{Top}_{i,j}$$

$$m_i = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 7 & 8 & 9 & 10 & 11 & 12 \\ 10 & 11 & 12 & 13 & 14 & 15 \end{pmatrix}$$

Матриця жорсткості елемента

$$K_e(i) := \frac{E}{l_i} \cdot \begin{pmatrix} A & 0 & 0 & -A & 0 & 0 \\ 0 & 12 \cdot \frac{J}{(l_i)^2} & 6 \cdot \frac{J}{l_i} & 0 & -12 \cdot \frac{J}{(l_i)^2} & 6 \cdot \frac{J}{l_i} \\ 0 & 6 \cdot \frac{J}{l_i} & 4 \cdot J & 0 & -6 \cdot \frac{J}{l_i} & 2 \cdot J \\ -A & 0 & 0 & A & 0 & 0 \\ 0 & -12 \cdot \frac{J}{(l_i)^2} & -6 \cdot \frac{J}{l_i} & 0 & 12 \cdot \frac{J}{(l_i)^2} & -6 \cdot \frac{J}{l_i} \\ 0 & 6 \cdot \frac{J}{l_i} & 2 \cdot J & 0 & -6 \cdot \frac{J}{l_i} & 4 \cdot J \end{pmatrix}$$

Обчислення компонент матриці жорсткості елемента у глобальній системі координат

$$K_g(i) := T(i)^T \cdot K_e(i) \cdot T(i)$$

Побудова матриці жорсткості рами

Кількість переміщень в одному елементі: $k := 1 \dots 6$ $ik := 1 \dots 6$

$$K_{\max(mi), \max(mi)} := 0 \quad \max(mi) = 15$$

$$K_{mi_j, ik, mi_j, k} := K_{mi_j, ik, mi_j, k} + Kg(i)_{ik, k}$$

Будуємо редуційовану матрицю жорсткості рами, виключаючи рядки і стовпці з номерами переміщень, які не допускаються накладеними на раму в'язями

$$m := 1 \dots (\max(mi) - 5) \quad n := 1 \dots (\max(mi) - 5)$$

$$mr := (4 \ 5 \ 6 \ 7 \ 8 \ 9 \ 11 \ 12 \ 13 \ 15)$$

$$KR_{m, n} := K_{mr_1, m, mr_1, n}$$

Вектор вузлових сил з урахуванням редуції

$$F := \left[-q \cdot \frac{a}{2} \quad 0 \quad \left(-q \cdot \frac{a^2}{12} \right) \quad \left[\left(-q \cdot \frac{a}{2} \right) - P \right] \quad 0 \quad q \cdot \frac{a^2}{12} \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad M \right]^T$$

Визначення вузлових переміщень

$$U := KR^{-1} \cdot F$$

	1
1	$-1.357 \cdot 10^{-5}$
2	$-4.876 \cdot 10^{-4}$
3	$-6.616 \cdot 10^{-4}$
4	$-3.614 \cdot 10^{-4}$
5	$-5.064 \cdot 10^{-4}$
6	$8.794 \cdot 10^{-5}$
7	$-5.252 \cdot 10^{-4}$
8	$4.026 \cdot 10^{-4}$
9	0
10	$9.616 \cdot 10^{-4}$

Повний вектор переміщень

$$US := (0 \ 0 \ 0 \ U_1 \ U_2 \ U_3 \ U_4 \ U_5 \ U_6 \ 0 \ U_7 \ U_8 \ U_9 \ 0 \ U_{10})^T$$

Вектор вузлових сил

$$\underline{R} := \underline{K} \cdot \underline{US}$$

Переміщення вузлів кожного окремого елемента

$$\underline{Use}_{k,i} := \underline{US}_{mi_j,k}$$

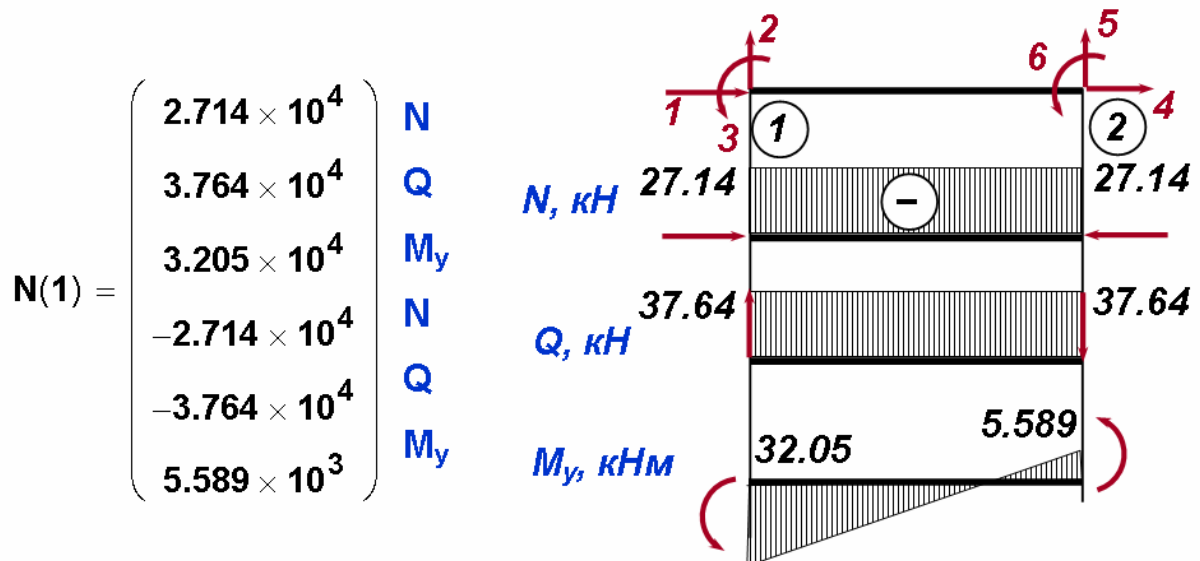
R =

	1	
1	$2.714 \cdot 10^4$	R_1
2	$3.764 \cdot 10^4$	R_2
3	$3.205 \cdot 10^4$	R_3
4	$-1.25 \cdot 10^4$	
5	$-1.164 \cdot 10^{-10}$	
6	$-2.083 \cdot 10^3$	
7	$-4.25 \cdot 10^4$	
8	0	
9	$2.083 \cdot 10^3$	
10	$2.786 \cdot 10^4$	R_4
11	$-1.019 \cdot 10^{-10}$	
12	$-7.276 \cdot 10^{-12}$	
13	0	
14	$-3.764 \cdot 10^4$	
15	$3 \cdot 10^4$	R_5

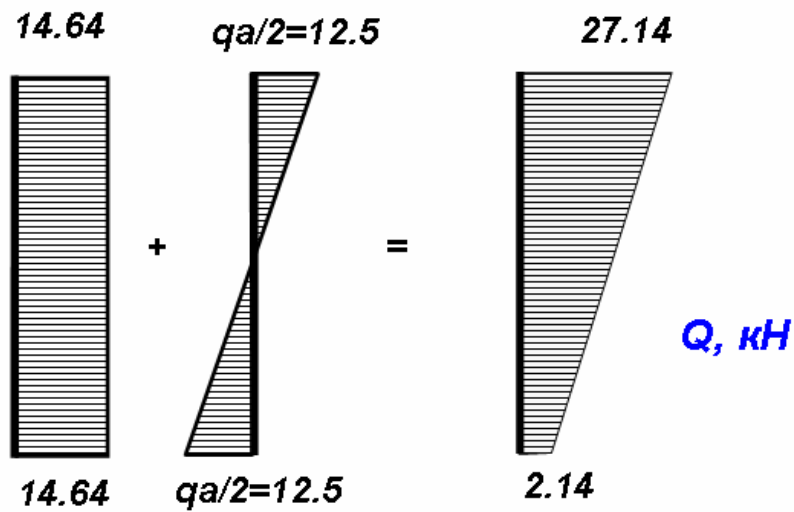
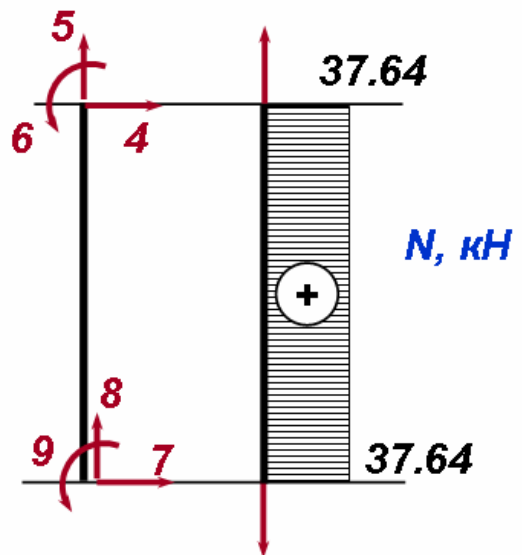
Вузлові сили для кожного окремого елемента у глобальній системі координат

$$\underline{N}(i) := \underline{Kg}(i) \cdot \underline{Use}^{(i)}$$

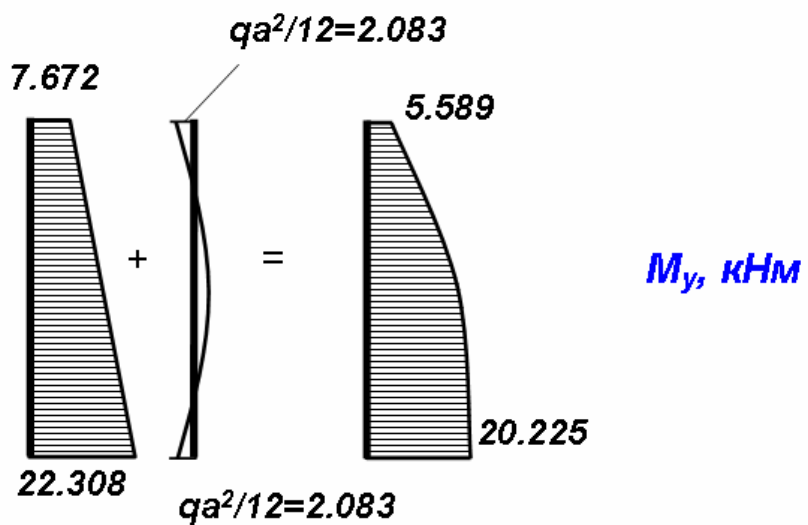
Побудова епюр внутрішніх сил



$$N(2) = \begin{pmatrix} 1.464 \times 10^4 \\ 3.764 \times 10^4 \\ -7.672 \times 10^3 \\ -1.464 \times 10^4 \\ -3.764 \times 10^4 \\ 2.231 \times 10^4 \end{pmatrix} \begin{matrix} Q \\ N \\ M_y \\ Q \\ N \\ M_y \end{matrix}$$



Виправлення епюр поперечних сил і згинаючих моментів на ділянці з розподіленим навантаженням



$$N(3) = \begin{pmatrix} -2.786 \times 10^4 \\ 3.764 \times 10^4 \\ -2.022 \times 10^4 \\ 2.786 \times 10^4 \\ -3.764 \times 10^4 \\ -7.639 \times 10^3 \end{pmatrix} \begin{matrix} Q \\ N \\ M_y \\ Q \\ N \\ M_y \end{matrix}$$

$$N(4) = \begin{pmatrix} 0 \\ 3.764 \times 10^4 \\ 7.639 \times 10^3 \\ 0 \\ -3.764 \times 10^4 \\ 3 \times 10^4 \end{pmatrix} \begin{matrix} N \\ Q \\ M_y \\ N \\ Q \\ M_y \end{matrix}$$

Епюри поздовжніх, поперечних сил і згинаючих моментів для заданої рами

